

Penerapan Pohon Keputusan dan Graf pada Penentuan Pemenang Adu Penalti Permainan Sepak Bola

Muhammad Abdul Aziz Ghazali - 13521128¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13521128@mahasiswa.itb.ac.id

Abstrak—Implementasi pohon keputusan dan graf berarah sudah sangat umum dalam kehidupan sehari-hari. Konsep matematika yang digunakan ini mempermudah dalam menentukan hasil akhir dari suatu proses yang bergantung pada masukan keadaan. Penerapan pada olahraga sepakbola khususnya pada babak penalti adalah salah satu contohnya. Semua hasil kemungkinan keadaan dan hasil akhir dapat diketahui dengan objek matematis ini sehingga validasi hasil pertandingan akan semakin mudah dan keputusan wasit semakin yakin dan diterima.

Kata Kunci—Sepak bola, penalti, pohon keputusan, graf berarah.

I. PENDAHULUAN

Graf adalah salah satu objek matematika diskrit yang banyak penggunaannya dalam berbagai bidang, mulai dari sosial, ekonomi, dan lain-lain. Pohon adalah salah satu jenis graf dari berbagai jenis yang ada. Pohon keputusan adalah jenis pohon yang sangat membantu dalam memahami pembuatan keputusan dari faktor faktor yang ada. Graf berarah merupakan juga salah satu jenis graf yang umum digunakan untuk menunjukkan keterhubungan antara objek-objek di dalamnya. Akan tetapi, model graf berarah juga bisa digunakan untuk melakukan pemodelan *decision-making* seperti pohon keputusan. Salah satu implementasi dari pohon keputusan dan graf berarah adalah penentuan pemenang dari adu pinalti dalam pertandingan olahraga sepak bola.

Sepak bola merupakan salah satu olahraga yang paling populer di antara jenis olahraga lainnya karena mudahnya aturan permainan, tidak terbatas umur, kelamin, dan usia. Dalam permainan sepak bola, terkadang terjadi skor yang imbang di antara kedua tim sampai akhir babak permainan. Untuk menentukan pemenangnya, harus diadakan babak adu penalti. Tim yang mencetak lebih banyak gol dan tidak bisa disamai oleh tim lawan sebelum kesempatan penendang kelima adalah pemenangnya. Namun, jika banyaknya pinalti yang masuk dari kedua tim yang sama, akan terjadi babak *sudden-death*, dimana tim yang mencetak gol pada suatu kesempatan penendang sedangkan lawannya tidak berhasil mencetak, adalah pemenangnya.

II. DASAR TEORI

A. Graf

Graf adalah objek untuk merepresentasikan benda benda diskrit dan hubungan yang ada antara benda yang bersangkutan. Graf didefinisikan dengan dua hal yaitu simpul dan sisi, dimana sisi adalah suatu properti yang menghubungkan simpul-simpul. Graf $G = (V, E)$ definisinya adalah

$$V = \{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$$

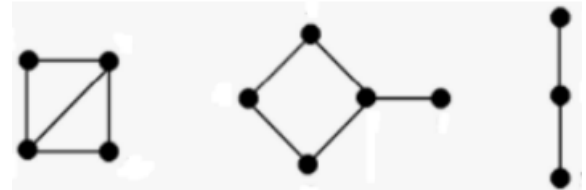
$$E = \{ e_1, e_2, \dots, e_m \}$$

B. Jenis-Jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda dibagi menjadi 2 yaitu :

1. Graf sederhana

Tidak memiliki sisi ganda maupun kalang.



Gambar 2.2.1 Contoh graf sederhana

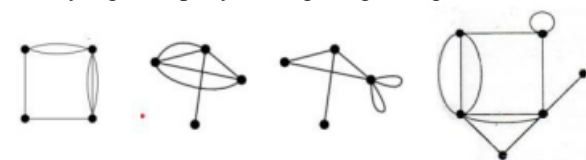
(sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2022-2023/matdis22-23.html>)

Ket gambar

2. Graf tak-sederhana

Graf yang mempunyai sisi gelang atau ganda.



Gambar 2.1.2 Contoh graf tak-sederhana

(sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2022-2023/matdis22-23.htm>)

Graf tak- sederhana dapat dibedakan menjadi 2, yaitu

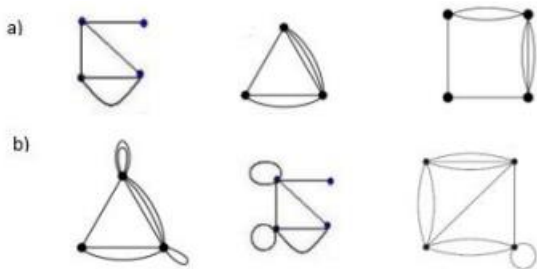
1. Graf ganda (multi-graph)

Graf yang memiliki sisi ganda, tetapi tidak boleh ada sisi gelang.

2. Graf semu

Graf yang memiliki sisi gelang dan boleh memiliki

sisi ganda.



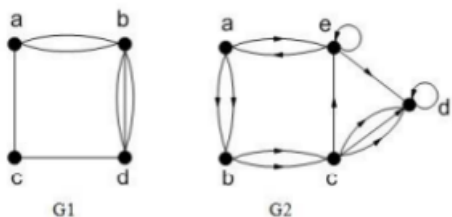
Gambar 2.2.3 a) Graf Ganda b) Graf Gelang

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2022-2023/matdis22-23.html>

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi 2, yaitu:

1. Graf tak-berarah
Graf yang tidak memiliki orientasi arah.
2. Graf berarah
Setiap sisi pada graf memiliki orientasi arah.



Gambar 2.2.4 G1) Graf Tidak Berarah G2) Graf Berarah

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2022-2023/matdis22-23.html>

C. Istilah Dalam Graf

Terdapat terminologi dalam pendefinisian objek graf yaitu:

1. Ketetanggaan (Adjacent)
Apabila terdapat 2 simpul yang berhubungan, maka simpul tersebut bertetangga.
2. Bersisian (Incidency)
Sembarang sisi pada graf dikatakan bersisian apabila $e = (v_j, v_k)$
3. Simpul Terpencil (Isolated Vertex)
Simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki tetangga atau sisi yang bersisian.
4. Graf kosong (null graph)
Sisi-sisi pada graf adalah himpunan kosong jadi tidak memiliki sisi.
5. Derajat
Suatu simpul memiliki derajat, yaitu jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.
6. Lintasan (Path)
Lintasan merupakan sisi-sisi yang dilewati dari simpul awal sampai simpul tujuan.
7. Siklus atau Sirkuit
Siklus merupakan lintasan yang berawal dan berakhir di simpul yang sama.
8. Keterhubungan (Connected)
Apabila terdapat lintasan yang menghubungkan 2 buah simpul, maka dua buah simpul tersebut terhubung. Graf

terhubung merupakan graf yang setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V mempunyai lintasan dari v_i ke v_j . Apabila tidak, maka graf tersebut tidak terhubung.

9. Upagraf (Subgraph) dan Komplemen Graf

Apabila terdapat sebuah graf $G = (V,E)$. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf dari G jika V_1 himpunan bagian V dan E_1 himpunan bagian E .

10. Cut-Set

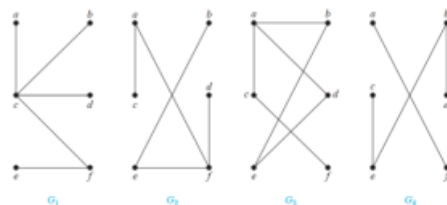
Kumpulan atau himpunan sisi dari graf G yang apabila dihapus akan menyebabkan graf G tidak terhubung.

11. Graf Berbobot

Graf berbobot memiliki nilai/harga/bobot pada setiap sisi graf.

D. Pohon

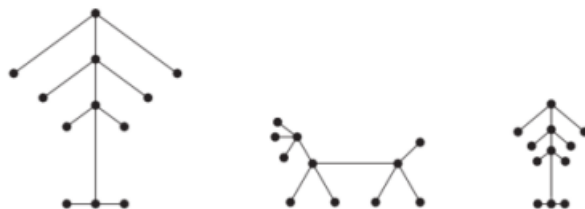
Pohon atau yang biasa disebut dengan tree pada dasarnya adalah graf tidak berarah yang terhubung dan tidak memiliki sirkuit sederhana. Pohon tidak memiliki sirkuit sederhana berarti pohon tidak boleh memiliki loop pada simpulnya dan tidak terdapat lintasan busur yang mengarah dari simpul awal kembali ke simpul awal lagi. Selain itu, sebuah graf tidak berarah dapat disebut sebagai pohon apabila hanya terdapat satu lintasan dari sebuah simpul ke simpul lainnya. Oleh karena itu, semua pohon adalah graf dalam bentuk yang sederhana.



Gambar 2.4.1. Contoh graf: graf G1 dan G2 adalah pohon, sedangkan graf G3 dan G4 bukan pohon.

(sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

Apabila terdapat kumpulan pohon yang saling lepas, kumpulan pohon tersebut dapat didefinisikan sebagai hutan. Atau, dalam kata lain, hutan adalah graf tidak terhubung yang setiap komponen grafnya adalah pohon yang tidak memiliki sirkuit.



Gambar 2.4.2. Hutan yang memiliki 3 buah pohon (sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

E. Sifat-Sifat Pohon

Pada sebuah pohon, dipenuhi pernyataan berikut:

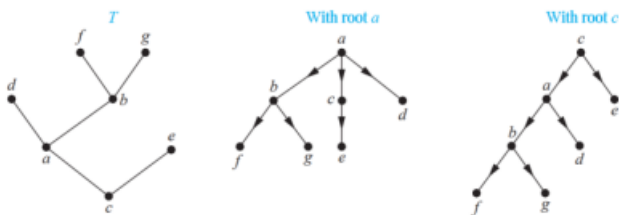
1. Semua simpul yang berhubungan pada graf hanya dihubungkan oleh sebuah lintasan tunggal.
2. Graf haruslah terhubung.
3. Apabila pada sebuah graf terdapat n buah simpul, graf akan memiliki $n-1$ buah sisi.

4. Graf tidak memiliki sirkuit.
5. Apabila pada graf ditambahkan satu buah sisi, graf akan memiliki satu buah sirkuit.
6. Semua sisi pada graf adalah jembatan yang melewati busur graf.

F. Pohon Berakar

Pada kebanyakan pengaplikasian pohon, sebuah simpul tertentu pada pohon akan dijadikan sebagai akarnya. Hal ini menyebabkan semua busur yang ada pada pohon akan selalu berasal dari akar pohon itu sendiri.

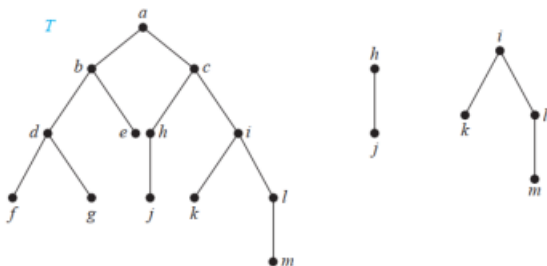
Pohon berakar pada umumnya akan didefinisikan secara rekursif. Sebuah pohon yang awalnya bukan pohon berakar dapat didefinisikan menjadi pohon berakar dengan memilih salah satu simpulnya untuk menjadi akar pohon. Setiap simpul berbeda yang dijadikan sebagai akar pohon akan menghasilkan pohon berakar yang berbeda juga.



Gambar 2.6.1. Pohon T didefinisikan menjadi pohon berakar dengan akarnya adalah simpul a dan c (sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

Pohon berakar, misal dengan simpul a, memiliki terminologi-terminologi sebagai berikut:

1. *Parent* atau orangtua adalah simpul yang lintasan busurnya langsung mengarahkan dari simpul tersebut ke simpul a;
2. *Children* atau anak adalah apabila simpul b adalah orangtua dari simpul a, simpul a adalah anak dari simpul b;
3. *Sibling* atau saudara kandung adalah simpul-simpul dengan orangtua yang sama;
4. *Degree* atau derajat, jumlah anak pada sebuah simpul atau jumlah busur yang keluar dari simpul;
5. *Leaf* atau daun, simpul-simpul yang jumlah derajatnya adalah nol atau simpul-simpul yang tidak memiliki busur keluar;
6. *Ancestors* atau leluhur adalah simpul-simpul yang dilewati oleh lintasan busur yang mengarah dari akar pohon ke simpul yang dituju, termasuk akar pohon;
7. *Descendants* atau keturunan adalah apabila apabila simpul b adalah leluhur dari simpul a, simpul a adalah keturunan dari simpul b



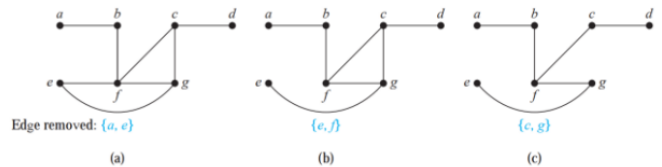
Gambar 2.6.2. Contoh pohon berakar

(sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th

Edition)

G. Pohon Merentang

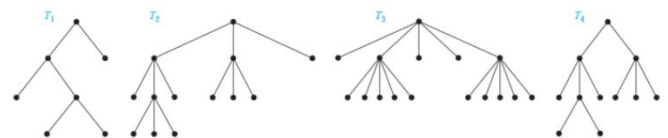
Pohon merentang dari graf yang terhubung adalah upagraf atau bagian dari graf tersebut dan merupakan suatu pohon. Pohon merentang mengandung semua simpul pada graf terhubung dan didapat dengan memotong sirkuit-sirkuit dari graf terhubung tersebut dengan menghapus busur-busur yang menyebabkan sebuah sirkuit terbentuk. Setiap graf terhubung akan memiliki minimal satu buah pohon merentang. Graf yang tidak terhubung tidak memiliki pohon merentang, namun memiliki hutan merentang dengan jumlah menyesuaikan dengan komponen graf tersebut.



Gambar 2.7.1. Pohon merentang yang didapat dengan menghilangkan busur {a, e}, {e,f}, dan {c,g} yang menyebabkan adanya sirkuit pada graf (sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

H. Pohon n-Ary

Pohon n-Ary adalah pohon berakar yang jumlah anak untuk setiap simpulnya paling banyak adalah n buah. Pohon dengan n sebanyak 2 biasa disebut dengan pohon biner. Jika sebuah setiap simpul, kecuali pada daun, pada pohon n-Ary memiliki tepat n buah simpul, pohon n-Ary tersebut dapat dikatakan penuh atau teratur.

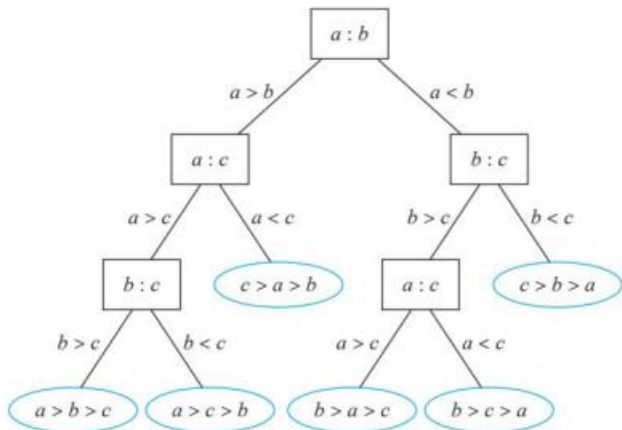


Gambar 2.7.1. Pohon T1, T2, dan T3 adalah pohon n-Ary yang teratur dengan n secara berurut adalah 2, 3, dan 5. Sedangkan pohon T4 adalah pohon n-Ary yang tidak teratur. (sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

I. Pohon Keputusan

Pohon Keputusan atau decision tree adalah pengaplikasian dari pohon berakar yang dimodelkan sedemikian rupa untuk mencapai sebuah solusi berdasarkan keputusan-keputusan yang diambil sebelumnya. Akar dari pohon keputusan akan memiliki busur-busur dengan sebuah pernyataan atau pertanyaan yang mengarahkan pada simpul pohon lainnya hingga pada simpul terakhir (daun) akan menghasilkan sebuah solusi atau kesimpulan. Semua kemungkinan solusi atau kesimpulan akan berhubungan dengan lintasan yang diambil dari akar hingga ke daun pohon keputusan.

Pengaplikasian pohon keputusan sangat umum digunakan pada kehidupan sehari-hari, mulai dari melakukan pengurutan elemen, hingga permasalahan yang lebih kompleks, seperti menentukan solusi permasalahan suatu perusahaan berdasarkan data-data yang ada.



Gambar 2.8.1. Pohon keputusan untuk menentukan urutan 3 elemen dari yang terbesar hingga terkecil (sumber: Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition)

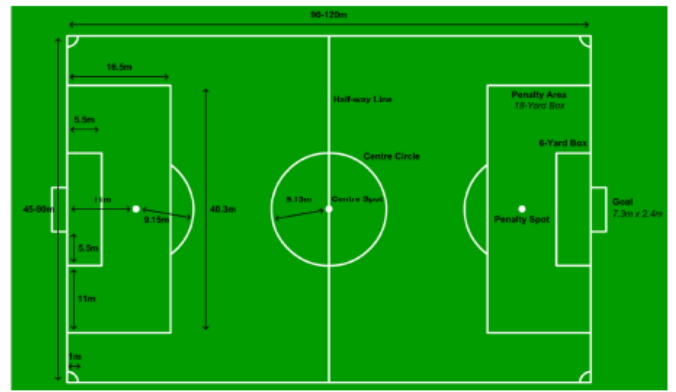
J. Sepak Bola

Sepak bola merupakan salah satu cabang olahraga yang banyak diminati serta populer di seluruh penjuru dunia. Sepak bola telah dikenal 5000 tahun sebelum masehi dan pertama kali yang mengenal sepakbola ialah bangsa China. Sepakbola saat itu diberi nama Tsu-Chu, yang bertujuan untuk melatih fisik tentara dan saat itu permainan ini dipertandingkan dalam rangka merayakan ulang tahun kaisar China (Hasanah, 2009). Seiring berkembangnya zaman, sepakbola berkembang di Inggris dan mulai dimainkan oleh warga Inggris, namun peraturannya masih baku sehingga permainan sepakbola dilakukan dengan brutal (Hasanah, 2009).

Sepak bola adalah salah satu cabang olahraga yang menggunakan bola dari bahan kulit dan setiap regunya terdiri dari 11 orang dengan tujuan untuk memasukkan bola sebanyak mungkin ke gawang lawan dan mempertahankan gawang agar tidak kebobolan bola dari lawan. Setiap pertandingan mempertemukan dua regu dimana tiap regu terdiri dari 11 pemain. Salah satu pemain berperan sebagai penjaga gawang atau kiper. Kiper adalah satu satunya pemain yang bertugas untuk menangkap bola ke gawang dari lawan dengan menggunakan tangan. Sedangkan sepuluh pemain lainnya dibagi menjadi 3 pemain bertahan (defender), 4 pemain gelandang (midfielder), dan 3 pemain penyerang (forward) (Rohim, 2008).

Perlengkapan yang diperlukan untuk melakukan olahraga bola voli cukup sederhana. Sama seperti olahraga bola besar lainnya, olahraga bola voli memerlukan lapangan dengan ukuran tertentu. Namun, apabila olahraga bola voli tidak dimainkan secara profesional maka tidak perlu memerlukan lapangan dengan ukuran standarnya.

Untuk pertandingan internasional dewasa, lapangan sepak bola internasional yang digunakan memiliki panjang yang berkisar antara 100-120 meter dan lebar 65-75 meter. Di bagian tengah kedua ujung lapangan, terdapat area gawang yang berupa persegi empat berukuran dengan lebar 7.32 meter dan tinggi 2.44 meter. Di bagian depan dari gawang terdapat area penalti yang berjarak 16.5 meter dari gawang. Area ini merupakan batas kiper boleh menangkap bola dengan tangan dan menentukan kapan sebuah pelanggaran mendapatkan hadiah tendangan penalti atau tidak



Gambar 2.9.1. Ukuran Lapangan Sepak Bola (sumber: <https://www.fun88asia1.com/th/>)

Bola sepakbola berbentuk bulat dan terbuat dari kulit atau bahan lainnya yang disetujui. Bola FIFA yang resmi berdiameter 68 centimeter hingga 70 centimeter dan beratnya antara 410 gram hingga 450 gram. Perlengkapan yang dibutuhkan dalam permainan sepakbola (selain kiper) mencakup baju kaos atau baju olahraga, celana pendek, kaos kaki, pelindung tulang kering dan sepatu bola. Kiper menggunakan baju olahraga dan celana pendek dengan lapisan berwarna lain untuk membedakan dari pemain lain dan wasit. Para pemain tidak diperbolehkan untuk menggunakan pelengkap pakaian yang dianggap dapat membahayakan pemain lainnya, seperti: jam tangan, kalung atau bentuk-bentuk perhiasan lainnya (Luxbacher, 2008: 3).

K. Peraturan Sepak Bola

1. Aturan Lama Permainan Lama normal permainan sepak bola lazimnya adalah 2x45 menit. Durasi istirahat adalah 10 menit di antara kedua babak. Jika skor kedua tim masih seri, akan diadakan perpanjangan waktu 2x15 menit. Apabila dalam durasi tambahan itu skor permainan masih sama, wasit akan mengadakan adu penalti antara kedua tim sampai salah satu tim mencetak gol lebih banyak.

2. Aturan Mencetak Gol Tim yang mencetak gol paling banyak dinyatakan sebagai tim pemenang. Gol baru dinyatakan sah apabila bola melewati garis gawang dengan tendangan atau sundulan kepala, bukan lemparan atau pukulan tangan.

3. Kickoff Pertandingan sepak bola dimulai dengan kickoff melalui tim yang ditunjuk. Aturan kickoff ini diambil secara bergantian di babak pertama dan babak kedua. Kickoff dilakukan dua kali, yaitu ketika memulai babak pertama dan babak kedua.

4. Offside Offside merupakan aturan yang melarang pemain berada di belakang pemain bertahan terakhir, terutama saat bola dioperkan ke arahnya oleh teman setim. Aturan offside ini menuntut pemain menggunakan taktik dan gerakan cerdas ketika bermain bola. Dengan demikian, tim tidak boleh membiarkan satu atau dua pemain penyerangnya berdiam dekat gawang lawan dan menunggu dengan pasif bola dioperkan kepadanya.

5. Lemparan ke Dalam atau Throw-in Saat bola keluar dari garis samping lapangan, akan ada lemparan ke dalam atau throw-in. Tim yang memperoleh throw-in adalah tim yang tidak menyentuh bola terakhir sebelum melewati garis. Ada 2 ketentuan terkait dengan cara melakukan throw-in atau

lemparan ke dalam di sepak bola. Pertama, pemain mengambil anjang-ancang melempar bola. Kemudian, ia melemparkannya dengan posisi bola melewati garis. Kedua, pemain memegang bola menggunakan dengan kedua tangan, dengan posisi semula dari arah belakang kepala. Lalu, pemain melempar bola memakai kedua tangan, dengan arah dari atas kepala.

6. Kartu Kuning Ketika pemain bola melakukan tindakan tertentu, wasit akan memberikan kartu kuning sebagai tanda peringatan. Apabila seorang pemain memperoleh dua kartu kuning, wasit akan memberikan kartu merah. Jika mendapat kartu merah, pemain itu harus keluar dari pertandingan. Pemain sepak bola akan dihukum dengan kartu kuning jika melakukan hal-hal sebagai berikut: Pemain yang melakukan tindakan berbahaya, misalnya, pemain menendang bola dengan posisi kaki terlalu tinggi sehingga berada di dekat kepala pemain lawan. Menjegal secara ilegal tergolong pelanggaran kartu kuning. Contoh penjegalan terlarang ini dilakukan ketika pemain menghadang lawan meskipun dia tidak mungkin bisa merebut bola. Menjegal atau menjatuhkan kiper di area gawang. Kartu kuning juga diberikan kepada kiper yang memegang bola hasil operan teman setimnya. Jika pemain membahayakan kondisi kiper lawan, ia akan diberi kartu kuning oleh wasit. Misalnya, melakukan gerakan berbahaya seperti menabrak kiper di dalam kotak penalti. Kiper melangkah lebih dari empat kali ketika menguasai bola juga akan dikenakan kartu kuning. Sengaja membuang waktu di sisa waktu pertandingan demi memperoleh kemenangan akan dikenakan kartu kuning.

7. Kartu Merah Pemain yang melakukan pelanggaran keras dalam olahraga sepak bola akan mendapat kartu merah. Jika seorang pemain mendapat hukuman kartu merah, otomatis ia harus keluar lapangan. Dalam kompetisi, pemain yang dapat kartu merah umumnya juga akan dilarang bermain dalam satu atau dua laga berikutnya. Tindakan yang bisa membuat pemain memperoleh kartu merah adalah sebagai berikut: Pelanggaran keras yang berisiko mencelakakan pemain lawan. Misalnya, pemain menjegal lawan dari belakang atau menendang pemain, baik dengan sengaja atau tidak. Kartu merah juga diberikan kepada pemain yang berlaku kasar, seperti mendorong, memukul, atau menampar pemain lawan atau wasit. Berkata kasar atau meludah ke arah pemain lawan atau wasit juga dapat dikenakan kartu merah. Pemain yang melakukan pelanggaran dengan sengaja untuk menggagalkan peluang pasti gol akan dikenakan kartu merah. Misalnya, pemain menjegal lawan yang sudah bebas dari pertahanan, serta tinggal berhadapan dengan kiper. Pelanggaran ini juga dapat terjadi ketika pemain sengaja menahan bola yang pasti masuk ke gawang lawan menggunakan tangan, padahal posisinya bukan kiper.

8. Tendangan Bebas atau Free Kick Aturan tendangan bebas atau free kick dalam sepak bola terbagi menjadi dua, yaitu tendangan bebas langsung dan tidak langsung. Tendangan bebas langsung merupakan tendangan bebas yang diarahkan langsung ke gawang tanpa menyentuh teman setim sebelumnya. Sementara itu, tendangan bebas tidak langsung adalah tendangan bebas yang harus menyentuh teman setim yang lain, baru kemudian ditembakkan ke gawang.

9. Tendangan Penalti Tendangan penalti dilakukan ketika seorang pemain lawan melakukan pelanggaran di dalam kotak penaltinya sendiri. Seorang penendang akan menembakkan bola

yang diletakkan di titik penalti ke arah gawang yang hanya dijaga oleh kiper lawan. Selama proses tendangan penalti, para pemain lain harus berada di luar kotak penalti. Ketika tendangan penalti sudah dilakukan dan terjadi gol, permainan kembali berjalan seperti biasa. Namun, apabila tendangan penaltinya tidak masuk, serta masih berada dalam wilayah permainan, kedua regu diperbolehkan merebut bolanya dan melanjutkan permainan.

10. Tendangan Sudut Tendangan sudut dilakukan ketika bola terakhir disentuh oleh tim yang bertahan dan melewati garis gawang. Garis gawang ini adalah garis yang sejajar dengan garis gol, tetapi tidak berada di bawah gawang. Regu penyerang kemudian berhak mendapat tendangan sudut. Tendangan ini ditembakkan di sudut lapangan yang paling dekat dengan posisi bola keluar dari lapangan.

11. Tendangan Gawang Saat bola melewati garis gawang, tetapi yang terakhir menyentuh bola adalah pemain yang menyerang, maka tendangan gawang akan diberikan kepada tim yang bertahan. Tendangan itu disebut tendangan gawang. Dalam melakukan tendangan gawang, bola harus ditendang dari ujung kotak gawang, yaitu kotak kecil di dalam area penalti.

L. Babak Adu Penalti

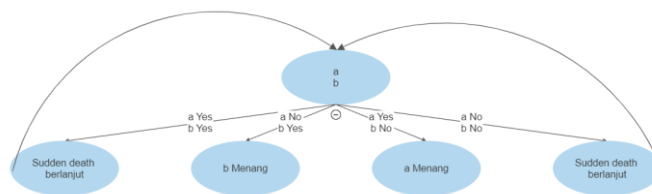
Adu penalti, atau lebih tepat disebut adu tendangan penalti, merupakan cara dipakai untuk menentukan pemenang dalam sebuah pertandingan sepak bola yang harus diakhiri dengan kemenangan/kekalahan (tidak bisa seri). Adu penalti dilakukan setelah pertandingan berlangsung 90 menit dan dilanjutkan dengan 2 kali 15 menit perpanjangan waktu namun keadaan masih seri. Biasanya cara ini dipergunakan pada sistem gugur. Walaupun pelaksanaannya mirip, adu penalti dilakukan mengikuti peraturan yang berbeda dari tendangan penalti. Hasil dari adu penalti tidak dimasukkan dalam perhitungan skor (jadi keadaan tetap seri), ia hanya digunakan untuk menentukan pemenang.

III. PENERAPAN POHON KEPUTUSAN DAN GRAF BERARAH PADA ADU PENALTI

Penentuan hasil pemenang permainan sepakbola lewat adu pinalti dapat dimodelkan sedemikian hingga dengan pohon keputusan dan graf berarah. Penggunaan kedua objek ini adalah memperlihatkan semua kemungkinan dari proses adu pinalti beserta hasil akhirnya.



Gambar 3.1 Pohon Keputusan Adu Penalti, tidak ditampilkan semua kemungkinan



Gambar 3.2 Graf Berarah Adu Penalti *Sudden-death*

Pohon keputusan yang ditampilkan hanya sampai penendang kedua karena akan menjadi terlalu kecil jika ditampilkan semua kemungkinannya. Sedangkan pada graf berarah menunjukkan babak *sudden-death* yang terjadi apabila setelah penendang penalti kelima masihimbang skornya. Pada kedua graf dan pohon, ‘y’ berarti bola masuk gawang untuk tim itu dan ‘n’ berarti bola tidak masuk gawang untuk tim itu.

Akar dari pohon keputusan menunjukkan awal penendangan dimana belum ada skor penendangan yang terjadi. Setiap simpul kecuali akarnya, akan memiliki 4 cabang kemungkinan hasil dari sebuah penendangan.

Pada graf berarah, simpul yang merupakan simpul anting adalah hasil akhir dari penalti, yaitu adanya tim yang menang dan tim yang kalah. Namun, apabila kedua tim berhasil memasukan bola atau keduanya gagal memasukan bola, simpul akan memiliki sisi keluar menuju penentuan dengan penendangan lagi.

Secara keseluruhan, kemungkinan kedua tim menang adalah 1:1 karena jumlah kemungkinan hasil akhir tim A menang sama dengan jumlah tim B menang. Pada gambar, hanya ditampilkan hasil akhir pada graf berarah, karena pada pohon keputusan ada sangat banyak kemungkinan. Meskipun tidak ditampilkan, hasil akhir atau daun dari pohon keputusan tetaplah ada. Dalam pohon keputusan, apabila skor kedua tim sama setelah 5 kali penendangan, akan didapat daun “Sudden-death” yang berarti *sudden-death* berlaku dan hasil akhirnya ditentukan dengan graf berarah.

Ada pula kemungkinan dimana salah satu tim memiliki selisih poin yang tidak bisa disamai oleh tim lawan sebelum atau saat penendangan yang kelima, maka otomatis tim yang gol lebih banyak dalam penalti akan menang.

IV. KESIMPULAN

Hasil babak penalti dalam sepakbola dapat dimodelkan dengan objek matematika pohon keputusan dan graf berarah. Pohon keputusan dibuat dengan menelusuri semua kemungkinan hasil penendangan penalti. Dan apabila masuk ke dalam babak *sudden-death* maka akan direpresentasikan prosesnya dengan graf berarah.

Dalam pohon keputusan, ada 4 cabang dari kemungkinan hasil penendangan yaitu gol tim A dan tim B, tidak gol Tim A dan gol Tim B, gol Tim A dan tidak gol tim B, serta tidak gol kedua Tim A dan Tim B. Babak penalti akan selesai dan didapat pemenangnya apabila sampau ke daun selain *sudden-death*. Apabila masuk *sudden-death* akan dicari dan diulang proses penendangan sampai ditemukan pemenangnya.

V. UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih kepada Allah SWT, atas rahmat dan hidayatnya saya bisa menyelesaikan penulisan makalah ini. Terima kasih juga kepada Bu Fariska yang telah membimbing, mengajar, dan membantu saya dalam perkuliahan Matematika Diskrit ini. Yang terakhir, pastinya terima kasih kepada keluarga dan teman-teman yang selalu mendukung saya selama ini.

REFERENCES

- [1] Rosen, Kenneth H. Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition
- [2] Munir, Rinaldi. Graf Bagian 2. Diakses melalui <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2022-2023/matdis22-23.html> pada 10 Desember 2022
- [3] Dtf, , Ainun. (2020). Permainan Sepak Bola: Pengertian, Sejarah, Peraturan & Teknik Dasar. Diakses pada 9 Desember 2022, dari <https://salamadian.com/permainan-sepak-bola/>
- [4] Muhid, Hendrik Khoirul (2022). Lengkap Soal Adu Penalti. Diakses 11 Desember 2022, dari <https://bola.tempo.co/read/1666188/lengkap-soal-adu-penalti-begini-regulasi-adu-penalti-di-piala-dunia-2022>

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 12 Desember 2022



Muhammad Abdul Aziz Ghazali